



**Голубева Н. В.**  
**Математическое моделирование систем и процессов:**  
**Учебное пособие. 1-е изд.**

*Рекомендовано УМО в качестве учебного пособия для студентов вузов железнодорожного транспорта*

**ISBN 978-5-8114-1424-6**

**Год выпуска 2013**

**Тираж 1000 экз.**

**Формат 12,8×20 см**

**Переплет: твердый**

**Страниц 192**

**Цена 469,92 руб.**

Учебное пособие отражает содержание дисциплины «Математическое моделирование систем и процессов», относящейся к дисциплинам базовой части математического и научно-инженерного цикла государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования третьего поколения.

Цель данного пособия — раскрыть суть математического моделирования как научного метода, инструмента исследования технических систем, показать его роль и возможности для решения различных научных и инженерных задач, познакомить студента с основами моделирования систем электроснабжения железных дорог, с принципами выбора математического аппарата для описания объектов различных классов.

Предназначено для студентов очной и заочной форм обучения технических вузов, а также для обучения с использованием дистанционных образовательных технологий.

### **Рецензенты:**

*М. П. Бадёр* — доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Электроснабжение электрических железных дорог» МИИТа;  
*Б. А. Дудин* — кандидат технических наук, доцент кафедры «Электротехника, метрология и электроэнергетика» МИИТа;  
*В. Н. Горюнов* — доктор технических наук, профессор, директор энергетического института, зав. кафедрой «Электроснабжение промышленных предприятий» ОГТУ; *В. В. Сукачев* — главный инженер Омской дистанции электроснабжения Западно-Сибирской железной дороги.

### **Введение**

Математическое моделирование — это научный прием, способ исследования объектов и получения новой информации о них. Решение подавляющего большинства научных и инженерно-технических задач (проектирование и оптимизация систем, оптимальное управление объектом, изучение механизма явлений, прогнозирование развития процессов во времени и др.) базируется на математическом моделировании.

Владение теоретической базой и инструментами математического моделирования должно быть неотъемлемым атрибутом современного специалиста в области систем электроснабжения железных дорог.

Математическое моделирование предполагает описание исследуемых явлений, процессов, систем различной физической природы языком математических соотношений. Класс математической модели определяется постановкой задачи и целью исследования, а также уровнем знаний экспериментатора о моделируемом объекте.

Выдающиеся ученые в области прикладной математики и математического моделирования А. Н. Тихонов и Д. П. Костомаров в своей книге «Вводные лекции по прикладной математике» подчеркивали, что «благодаря замене реального объекта соответствующей ему моделью появляется возможность сформулировать задачу его изучения как математическую и воспользоваться для анализа универсальным математическим аппаратом, который не зависит от конкретной природы объекта. Математика позволяет единообразно описать широкий круг фактов и наблюдений, провести их детальный количественный анализ, предсказать, как поведет себя объект в различных условиях, т. е. спрогнозировать результаты будущих наблюдений».

Создание адекватной и эффективной модели, способствующей достижению поставленной цели, требует не только глубоких знаний исследователя в данной прикладной области и в смежных областях, владения соответствующим математическим аппаратом, но и интуиции, опыта, способности анализировать полученную информацию и предвидеть дальнейшее течение процессов.

Высочайший уровень отечественной научной школы математического моделирования обеспечил многие выдающиеся достижения: создание ракетно-ядерного щита, запуск искусственных спутников и пилотируемых космических аппаратов, открытие нового физического явления в плазме — образования самоподдерживающегося высокотемпературного электропроводного слоя (Г-слоя) при нестационарном движении в магнитном поле сжимаемой среды, создание науки о прочности авиационных конструкций и др.

В настоящее время разработкой оптимальных математических моделей для решения актуальных задач техники, создания новых технологий, космических исследований, изучения природных явлений и др. занимаются специально созданные институты, среди которых Институт математического моделирования РАН, Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН.

ОАО «ВНИИЖТ» (Научно-исследовательский институт железнодорожного транспорта) совместно с «Российским федеральным ядерным центром — Всероссийским научно-исследовательским институтом экспериментальной физики» (РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров) планируют создание Центра математического моделирования для решения проблем железнодорожной отрасли.

Центр будет заниматься задачами моделирования свойств материалов и конструкций, контактными моделированием (колесо — рельс, токоприемник — контактный провод), аэродинамическими испытаниями и др.

Цель данной книги: познакомить студента с основами математического моделирования систем и процессов, с которыми придется иметь дело будущим выпускникам; с кругом задач, решаемых посредством моделирования; с этапами математического моделирования; с классификациями моделей по характеру, по форме представления, по способу получения; с достоинствами и недостатками математических моделей различных классов; с детерминированным и стохастическим подходами к решению задач моделирования; с приемами преобразования модели одного класса в другой; с методами решения и анализа моделей различных классов; показать студенту, что успех решения любой инженерно-технической и научной задачи в большой степени определяется корректностью (правильностью) постановки задачи; выбором целесообразного математического аппарата для построения модели, обеспечивающего адекватность описания исследуемого объекта; правильной интерпретацией результатов моделирования.

Материал, представленный в учебнике, будет способствовать формированию у студентов таких компетенций, как способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения, к применению методов математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования, к приобретению новых математических и естественнонаучных знаний на основе использования современных информационных технологий.

Голубева Н. В.

Математическое моделирование систем и процессов:

Учебное пособие. 1-е изд.

## Оглавление

[Введение ..... 2](#)

[Глава 1. Моделирование как научный прием ..... 6](#)

- 1.1. Основные понятия ..... 6
- 1.2. Классификация моделей ..... 7
- 1.3. Математическое моделирование ..... 12
  - 1.3.1. Цели математического моделирования ..... 15
  - 1.3.2. Требования к математической модели ..... 16
  - 1.3.3. Этапы математического моделирования ..... 17
  - 1.3.4. Классификация математических моделей ..... 21

[Глава 2. Математические модели в форме систем линейных алгебраических уравнений ..... 25](#)

- 2.1. Области применения ..... 25
- 2.2. Базовые понятия ..... 26
- 2.3. Примеры формирования моделей ..... 28
- 2.4. Методы решения ..... 33
  - 2.4.1. Прямые методы ..... 33
  - 2.4.2. Итерационные методы ..... 38

[Глава 3. Математические модели в форме нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений ..... 41](#)

- 3.1. Пример формирования модели ..... 41
- 3.2. Базовые понятия ..... 42
- 3.3. Методы решения ..... 43
  - 3.3.1. Особенности численных методов решения ..... 44

[Глава 4. Математические модели в форме обыкновенных дифференциальных уравнений ..... 60](#)

- 4.1. Области применения ..... 60
- 4.2. Базовые понятия ..... 61
- 4.3. Примеры формирования моделей ..... 64
- 4.4. Решение математических моделей в классе обыкновенных дифференциальных уравнений ..... 69
- 4.5. Методы решения математических моделей в классе ОДУ ..... 71
  - 4.5.1. Численные методы решения задачи Коши ..... 73

4.5.2. Метод Рунге — Кутты .....	75
4.6. Качественное исследование динамических систем методом фазовой плоскости .....	78
<a href="#">Глава 5. Математические модели для систем с распределенными параметрами .....</a>	<a href="#">83</a>
5.1. Области применения .....	83
5.2. Примеры моделирования .....	84
<a href="#">Глава 6. Детерминированные и стохастические математические модели .....</a>	<a href="#">89</a>
6.1. Базовые понятия. Два подхода к моделированию физических систем .....	89
6.2. Основные вероятностные характеристики случайного процесса .....	92
6.3. Особенности моделирования случайного процесса $w(t)$ .....	96
<a href="#">Глава 7. Математические модели в форме передаточных функций .....</a>	<a href="#">100</a>
7.1. Базовые понятия .....	100
7.2. Передаточная функция в форме изображений Лапласа .....	103
7.3. Передаточная функция в операторной форме .....	107
7.4. Элементарные типовые звенья динамических систем .....	110
<a href="#">Глава 8. Математические модели в пространстве состояний .....</a>	<a href="#">116</a>
8.1. Основные понятия .....	116
8.2. Линейные непрерывные детерминированные динамические системы .....	119
8.3. Формирование математической модели в пространстве состояний по дифференциальному уравнению $n$ -го порядка .....	120
8.4. Формирование математической модели в пространстве состояний по передаточной функции системы .....	123
8.5. Примеры формирования модели в пространстве состояний для исследования процессов в электрической цепи .....	124
8.6. Линейные дискретные детерминированные системы в пространстве состояний .....	129
<a href="#">Глава 9. Другие виды математических моделей физических систем во временной области .....</a>	<a href="#">130</a>
9.1. Переходная функция .....	130
9.2. Импульсная переходная функция .....	131
<a href="#">Глава 10. Математические модели в частотной области .....</a>	<a href="#">133</a>
<a href="#">Глава 11. Математические модели в форме интегральных уравнений .....</a>	<a href="#">135</a>
<a href="#">Глава 12. Построение эмпирических моделей на основе аппроксимации данных .....</a>	<a href="#">138</a>
12.1. Базовые понятия .....	138
12.2. Метод наименьших квадратов .....	142
12.3. Примеры формирования эмпирических моделей .....	144
<a href="#">Глава 13. Решение задачи интерполяции при построении эмпирических моделей .....</a>	<a href="#">149</a>
13.1. Постановка задачи .....	149
13.2. Интерполяция полиномом в каноническом виде .....	152
13.3. Интерполяция полиномом Лагранжа .....	153
13.4. Интерполяция сплайнами .....	156
<a href="#">Глава 14. Численное интегрирование .....</a>	<a href="#">159</a>
14.1. Постановка задачи .....	159
14.2. Обзор классических методов численного интегрирования .....	162
14.3. Метод Монте-Карло (метод статистических испытаний) .....	168
<a href="#">Приложения .....</a>	<a href="#">176</a>
<a href="#">Библиографический список .....</a>	<a href="#">176</a>
<a href="#">Предметный указатель .....</a>	<a href="#">180</a>

---