



**Горлач Б. А.**  
**Линейная алгебра:**  
**Учебное пособие. 1-е изд.**

**ISBN 978-5-8114-1427-7**

**Год выпуска 2012**

**Тираж 1000 экз.**

**Формат 12,8×20 см**

**Переплет: твердый**

**Страниц 480**

**Цена 685,08 руб.**

Учебный комплекс соответствует Государственному образовательному стандарту высшего профессионального образования по программам математических дисциплин для студентов технических и экономических вузов, в частности, для специальностей с углубленной математической подготовкой. Методики решения типовых задач приведены в разработках семинарских занятий. Даны условия задач для самостоятельного решения и задания для выполнения расчетных работ. Приведены вопросы, в том числе в виде тестов, для самопроверки усвоения материала, а также типовые контрольные работы для проверки глубины усвоения теоретического материала и навыков решения задач.

Учебное пособие может быть использовано для самостоятельного овладения материалом. Методические разработки семинарских занятий будут полезны преподавателям математики.

## **Введение**

История развития математики свидетельствует о том, что ее разделы появлялись и формировались под давлением потребностей развивающегося общества. Но построению математических моделей и методов непременно предшествовало установление закономерностей развития соответствующих направлений человеческой деятельности.

Серьезный анализ процессов физических и общественных явлений не может обойтись без знаний по многим разделам математики, в том числе без линейной алгебры. Конечно, обучить студентов всем существующим разделам математики на ее современном уровне невозможно — слишком глубоки и обширны математические дисциплины. Тем не менее изучение основ математики дает надежду на то, что обучаемые смогут в дальнейшем углубить свои математические знания при изучении предусмотренных учебными планами специальных дисциплин или самостоятельно.

При изучении математики не следует рассматривать эту науку только с точки зрения потребителя и пытаться изучать только те ее разделы, которые непосредственно решают прикладные задачи. Математика признана научным миром как самая могущественная из всех наук. Математике человечество обязано всеми величайшими открытиями, осуществленными человечеством за время своего сознательного существования. Можно отметить три особенности математики, которые делают эту науку первой и важнейшей из всех наук.

1. Подходы, используемые математикой к построению моделей базируются на строгой аксиоматике с применением доказательств адекватности этих моделей описываемым явлениям. Математика представляет собой самостоятельную науку, которая может развиваться автономно, познавать свой собственный абстрактный мир. Удивительно то, что построенные математиками логически стройные абстрактные модели многомерного мира находят все более широкое приложение в реальном мире.

2. Методы реализации математических моделей (получение решений) позволяют проводить исследования различных процессов.

3. Язык математики, используемый в моделировании реальных процессов, универсален и позволяет выявить общие закономерности развития природы, естествознания, техники, экономики, общественных отношений. Знание математики, освоение ее основных методов и моделей — признак образованного человека, приобщенного к культуре мировой цивилизации.

«Природа — открытая книга. Но только тот может прочесть эту книгу, кто изучит язык, на котором она написана. А написана она на языке математики». Эти мудрые слова адресовал Галилей своим ученикам еще в 17 столетии.

Горлач Б. А.  
Линейная алгебра:  
Учебное пособие. 1-е изд.

**Содержание**

[Введение ..... 3](#)

[Предисловие ..... 5](#)

[Глава 1. Определители. Матрицы ..... 8](#)

§ 1.1. Матрицы. Определение. Основные виды матриц ..... 8

§ 1.2. Определители ..... 11

§ 1.3. Свойства определителей ..... 13

§ 1.4. Разложение определителей по элементам строк ..... 17

§ 1.5. Линейные операции над матрицами ..... 19

§ 1.6. Произведение матриц ..... 21

§ 1.7. Обратная матрица ..... 25

§ 1.8. Нормы матриц ..... 28

§ 1.9. Элементарные преобразования матриц ..... 31

§ 1.10. Ранг матрицы ..... 33

§ 1.11. Резюме ..... 35

§ 1.12. Вопросы ..... 37

Тема 1.1 (§ 1.2–1.4 теории) ..... 41

Тема 1.2 (§ 1.5–1.10 теории) ..... 45

[Глава 2. Системы линейных уравнений ..... 54](#)

§ 2.1. Матричный метод решения систем уравнений ..... 54

§ 2.2. Метод Гаусса–Жордана решения систем уравнений ..... 58

§ 2.3. Теорема Кронекера–Капелли ..... 61

§ 2.4. Однородные системы уравнений ..... 66

§ 2.5. Определение обратной матрицы методом Гаусса ..... 68

§ 2.6. Резюме ..... 69

§ 2.7. Вопросы ..... 70

Тема 2.1 (§ 2.2 теории) ..... 72

Тема 2.2 (§ 2.2–2.5 теории) ..... 76

Задание на расчетную работу. Часть 1 ..... 86

Типовые контрольные работы ..... 88

[Глава 3. Векторы ..... 91](#)

§ 3.1. Вектор как геометрический объект ..... 91

§ 3.2. Векторное и линейное пространства ..... 92

§ 3.3. Линейная зависимость векторов ..... 94

§ 3.4. Разложение вектора по базису ..... 100

§ 3.5. Базис в пространстве  $L_n$  ..... 101

§ 3.6. Скалярное произведение ..... 103

§ 3.7. Проекция вектора ..... 106

§ 3.8. Ортонормированный базис ..... 108

§ 3.9. Операции над векторами в координатной форме ..... 112

§ 3.10. Векторное произведение векторов ..... 116

§ 3.11. Смешанное произведение векторов ..... 119

§ 3.12. Деление отрезка в заданном отношении ..... 121

§ 3.13. Резюме ..... 122

§ 3.14. Вопросы ..... 124

Тема 3.1 (§ 3.1–3.7 теории) ..... 128

Тема 3.2 (§ 3.8–3.9 теории) ..... 136

Тема 3.3 (§ 3.10–3.12 теории) ..... 141

Задание на расчетную работу. Часть 2 ..... 148

Типовые контрольные работы ..... 149

[Глава 4. Комплексное векторное пространство ..... 151](#)

§ 4.1. Комплексные числа ..... 151

§ 4.2. Формы комплексных чисел ..... 153

§ 4.3. Комплексное векторное пространство ..... 157

§ 4.4. Резюме ..... 159

§ 4.5. Вопросы ..... 160

Тема 4.1 (§ 4.1–4.3 теории) ..... 161

[Глава 5. Преобразования векторов и матриц ..... 166](#)

§ 5.1. LU-преобразование матриц ..... 166

§ 5.2. Преобразование векторов и матриц .....	169
§ 5.3. Ортогональные матрицы .....	172
§ 5.4. Ортогонализация столбцов методом Шмидта .....	175
§ 5.5. Ортогонализация элементарными преобразованиями .....	180
§ 5.6. Свойства матриц с ортогональными строками .....	182
§ 5.7. Матрица как оператор преобразования векторов .....	185
§ 5.8. Собственные значения матриц .....	191
§ 5.9. Собственные векторы матриц .....	195
§ 5.10. Подобные матрицы .....	200
§ 5.11. Билинейная и квадратичная формы .....	204
§ 5.12. Свойства симметричных матриц .....	206
§ 5.13. Знакоопределенные квадратичные формы .....	210
§ 5.14. Преобразование квадратичных форм в 2 .....	212
§ 5.15. Резюме .....	214
§ 5.16. Вопросы .....	215
Тема 5.1 (§ 5.2 теории) .....	219
Тема 5.2 (§ 5.1, 5.3–5.6 теории) .....	227
Тема 5.3 (§ 5.8–5.14 теории) .....	235
Задание на расчетную работу. Часть 3 .....	248
Типовые контрольные работы .....	249
<b>Глава 6. Алгебра тензоров .....</b>	<b>252</b>
§ 6.1. Диада векторов .....	252
§ 6.2. Тензор второго ранга .....	256
§ 6.3. Диада как тензор второго ранга .....	258
§ 6.4. Тензоры ранга $n$ .....	260
§ 6.5. Матрицы тензоров .....	263
§ 6.6. Резюме .....	264
§ 6.7. Вопросы .....	265
Тема 6.1 (§ 6.1–6.5 теории) .....	266
<b>Глава 7. Прямые и плоскости .....</b>	<b>271</b>
§ 7.1. Прямая на плоскости .....	271
§ 7.2. Уравнение плоскости .....	276
§ 7.3. Взаимное расположение плоскостей .....	281
§ 7.4. Расстояние от точки до плоскости .....	287
§ 7.5. Уравнения прямой в 3 .....	289
§ 7.6. Взаимное расположение прямых и плоскостей .....	292
§ 7.7. Прямая как пересечение плоскостей .....	299
§ 7.8. Вопросы .....	302
Тема 7.1 (§ 7.1, 7.4 теории) .....	307
Тема 7.2 (§ 7.2–7.4 теории) .....	316
Тема 7.3 (§ 7.5–7.6 теории) .....	325
<b>Глава 8. Кривые и поверхности .....</b>	<b>336</b>
§ 8.1. Уравнения второго порядка в 2 .....	336
§ 8.2. Свойства кривых второго порядка .....	343
8.2.1. Эллипс и его свойства .....	343
8.2.2. Гипербола и ее свойства .....	346
8.2.3. Парабола и ее свойства .....	348
§ 8.3. Поверхности второго порядка .....	352
§ 8.4. Резюме .....	357
§ 8.5. Вопросы .....	357
Тема 8.1 (§ 8.1–8.2 теории) .....	360
Задание на расчетную работу. Часть 4 .....	369
Типовые контрольные работы .....	371
<b>Глава 9. Линейное программирование .....</b>	<b>374</b>
§ 9.1. Выпуклые множества точек .....	374
§ 9.2. Интерпретация решений уравнений и неравенств .....	376
§ 9.3. Системы неравенств на плоскости .....	380
§ 9.4. Оптимизационные задачи .....	383
§ 9.5. Математическая модель задачи ЛП .....	384
§ 9.6. Примеры задач ЛП .....	387
§ 9.7. Графический метод решения задач ЛП .....	389
§ 9.8. Геометрическая интерпретация .....	392
§ 9.9. Каноническая форма задачи ЛП .....	394
§ 9.10. Свойства решений задач ЛП .....	397
§ 9.11. Улучшение решения. Признаки оптимальности .....	401
§ 9.12. Симплексный метод .....	407

§ 9.13. Пример решения задачи ЛП .....	410
§ 9.14. Метод искусственного базиса .....	414
§ 9.15. Двойственность в задачах ЛП .....	418
§ 9.16. Теоремы двойственности .....	422
§ 9.17. Резюме .....	424
§ 9.18. Вопросы .....	425
Тема 9.1 (§ 9.1–9.3 теории) .....	426
Тема 9.2 (§ 9.4–9.11 теории) .....	431
Тема 9.3 (§ 9.12–9.14 теории) .....	439
Тема 9.4 (§ 9.15–9.16 теории) .....	451
Задание на расчетную работу. Часть 5 .....	458

[Ответы .....](#) 460

[Предметный указатель .....](#) 468

[Литература .....](#) 472

---